

カオス理論を用いた生体信号解析システムの開発

劉 億 根

1. はじめに

最近、生体のもつ一見不規則な周期的変動を“ゆらぎ”と称し、これを生起させているメカニズムの追求とともに、その解析手法の開発についても関心が高まっている。これまで心拍、血圧、末梢血流など循環機能のゆらぎについて、フーリエ解析、相関関数など、線形理論に立つ統計的な処理が行われてきた。これらの手法は、これまで非侵襲的な方法では測定が不可能であった自律神経系の活動を知る手がかりを提供することとなったが、一方では生体のもつ複雑で、不規則な信号を線形理論に基づいた統計処理では十分に解析できない点が指摘されるようになってきている。そのためこれらの点を考慮して、現在、カオス理論を用いた各種の解析方法が考案され、実用化されつつある。その結果、生体信号の中でも、心拍、血圧、末梢血流などについては数多くの検討が行われ、これらがカオスの挙動を示すことが明らかとなった。さらに、神経細胞の興奮、脈波、ニューラルネットワークシステムなど、神経活動に関係する生体現象の多くにも、このカオスの挙動が存在することが明らかになりつつある。このことから、カオスの挙動は生体現象のゆらぎの基本的性質と考えられるようになってきて、このため、これらの分野は、現在、生理学、生物学、数学、工学、コンピュータ科学などにまたがる学際的領域として注目されるようになってきた。

そこで、本研究では、時系列信号のカオス性を解析する手法の1つであるリアプノフス

ペクトラム解析を行うためのシステムの開発を行うとともに、生体循環系パラメータを対象として生体のカオス性について検討したので報告する。

2. カオス

カオスとは、混沌を意味する語であるが、数学的には微分方程式または差分方程式に従って決定論的な機構で決まる解が予測不能な不規則な振る舞いをするをいう。[2]

このように、カオスは決定論的であるにもかかわらず、非常に複雑な振る舞いが非線形性として生まれる結果、将来の予測が確率ではとらえられず不確定になる現象を意味する。そして、一見、規則性、予測性のない乱雑な無秩序に見える現象の背後にも複雑な秩序や法則性が存在することを示している。

3. カオス解析

カオス解析は、リアプノフ指数、リアプノフ次元、KS エントロピーにより評価することができる。それらはそれぞれ、カオスの特徴である軌道不安定性、自己相似性、長期予測不能性を評価するものである。[1]

3-1. アトラクタの表示

一般に n 次元の力学系では、任意の時刻におけるそのシステムの状態の変化則は n 個の状態変数の関数によって記述される。離散時

間力学系の場合、式(1)のように表すことができる。

$$x_{t+1} = F(x_t, \mu), \quad x_t \in \mathbb{R}^n \quad (1)$$

ただし、 x_t は離散時間 t におけるシステムの状態、 F は n 次元写像、 μ はシステムのパラメータベクトルである。我々が観測できるのは、この n 次元状態空間内での安定な状態であり、これを力学のアトラクタという。しかし、実験や測定により得られる実際の時系列のデータを解析対象とした場合、式(1)に示したような n 次元空間内における状態変数 x_t を完全に観測できるわけではない。通常、状態変数 x_t に関連した次のような1変数の時系列データを観測することになる。

$$\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_t, \dots, \xi_N, \dots \quad (2)$$

このような場合は、計測された1変数の時系列データから、元の n 次元空間における力学系のアトラクタ上の軌道と等価な軌道を再構成する必要がある。この目的のため、 ξ_t の時系列データから、一定の時間遅れごとの差分を用いて、アトラクタ上の軌道を再構成する手法がよく用いられる。具体的には、時系列データ ξ_t から、時間遅れの大きさを τ として m 次元 f 再構成状態空間において次のような m 次元ベクトルを作成する。

$$\begin{aligned} x_1 &= (\xi_1, \xi_{1+\tau}, \dots, \xi_{1+(m-1)\tau}) \\ x_2 &= (\xi_2, \xi_{2+\tau}, \dots, \xi_{2+(m-1)\tau}) \\ &\vdots \\ x_t &= (\xi_t, \xi_{t+\tau}, \dots, \xi_{t+(m-1)\tau}) \\ &\vdots \\ x_N &= (\xi_N, \xi_{N+\tau}, \dots, \xi_{N+(m-1)\tau}) \end{aligned} \quad (3)$$

このとき、 m が $2n+1$ 以上であれば、アトラクタ構造が保存されることが示されている。

3-2. リアプノフスペクトラム解析

一般に n 次元の非線形離散力学系、

$$x_{t+1} = F(x_t) \quad (4)$$

を考える。ここで、 x_t は離散時間 t における状態、 F は n 次元写像である。ここでは、2次元力学系に初期値として半径 δ の微小球を

与えたとする。最初は球であったものが、1回写像されることによって、ある方向には引き伸ばされ、他の方向には押しつぶされる結果楕円体となる。このとき、各方向に対する指数的拡大(縮小)率、 λ_1 (λ_2)を考慮することができる。このときの各方向の伸び率 λ_1 、 λ_2 をリアプノフ指数という。リアプノフ指数は n 次元の場合、 n 個存在し、これらの組をリアプノフスペクトラムという。以下にリアプノフスペクトラムの計算方法を示す。まず、 x_t における微小変位を δx_t とすると、

$$x_{t+1} + \delta x_{t+1} = F(x_t + \delta x_t) \quad (5)$$

となる。テイラー展開して線形近似することにより、 x_t における微小変位 δx_t に関する写像を得る。

$$\delta x_{t+1} = DF(x_t) \delta x_t \quad (6)$$

ここで、 $DF(x_t)$ は点 x_t における F のヤコビ行列であり、時間依存の線形写像となる。式(6)における δx_0 として、 n 次元接空間において、互いに直交する単位ベクトルの組 $u_1(t), u_2(t), \dots, u_n(t)$ を与え、各ベクトルの変化を見る。

すなわち、

$$e_i(t+1) = DF(x_t)u_i(t) \quad (7)$$

により、 $e_i(t+1)$ ($i=1, 2, \dots, n$)を求める。次に、 $e_i(t+1)$ が安定な方向につぶされるのを避けるため、グラム-シュミットの直交化法により $e_i(t+1)$ を直交化した $e'_i(t+1)$ を求め、新しい正規直交系 $u_i(t+1)$ ($i=1, 2, \dots, n$)に変換する。次に、各ベクトル $u_i(t+1)$ ($i=1, 2, \dots, n$)を式(7)により再び写像する過程を繰り返す。こうして得られる $e'_i(t)$ の系列を用いると、リアプノフスペクトラム λ_i ($i=1, 2, \dots, n$)は、

$$\lambda_i = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{t=0}^{N-1} \log |e'_i(t)| \quad (8)$$

として求められる。こうして求めたリアプノフスペクトラムの内、少なくとも最大リアプノフ指数 λ_1 が正であれば、カオス的であると定義される。[1]

また、カオスのもう1つの特徴である予測

不能性を表すKS エントロピーの上限は、正のリアプノフ指数 $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_k$ の和として評価される。すなわち、

$$K = \sum_{i=1}^k \lambda_i \quad \text{ただし, } \lambda_i > 0 \quad (9)$$

しかし、実際に測定された時系列データからは、式 (6) の $DF(x_t)$ を直接知ることができないため、次の方法によって $DF(x_t)$ を推定する。

式 (3) により再構成されたアトラクタの軌道上の 1 点を x_t とする。この点を中心として、微小半径 ϵ の m 次元空間内の超球 (ϵ 球) を考え、これに入るアトラクタ上の他の点 x_{ki} を M 個 ($i = 1, 2, \dots, M$) 選び出す。このとき、 x_t から見た ϵ 球内の M 個の点 x_{ki} に対する変位ベクトル y_i は、

$$y_i = x_{ki} - x_t, y_i \in R^m \quad (10)$$

となる。

次に、時間が s だけ経過した後を考えると、 ϵ 球の中心 x_t は x_{t+s} に、 ϵ 球内の各点 x_{ki} は x_{ki+s} に各々変化する。したがって、時間 $t+s$ での変位ベクトル z_i は、

$$z_i = x_{ki+s} - x_{t+s}, z_i \in R^m \quad (11)$$

となる。

今、 ϵ 球の半径と時間 s が十分に小さいとすると、式 (10) と (11) の y_i と z_i の関係は線形近似可能であり、ある行列 G_t を用いて、

$$z_i = G_t y_i \quad (12)$$

と近似的に表すことができる。この式 (12) の G_t は、式 (7) のヤコビ行列の近似と考えることができる。[6]

4. データ解析

今回、安静時の血圧を非侵襲的な方法で被験者のトウコツ動脈から 100Hz のサンプリング周期で行い、カオス解析の 1 つであるリアプノフスペクトラム解析を実施し、これを用いて生体から得られる血圧の時系列のカオス性について検討した。図 1 は、3 次元埋め

込みによるアトラクタを示す。アトラクタはカオスの挙動を示す巻き込み、ねじれ、スクリュウ構造が見られる。図 2 は、リアプノフ指数、リアプノフ次元、KS エントロピーを示す。図 2 の計算結果により、最大リアプノフ指数が正の値に収束していることから血圧波形はカオス的であるといえる。

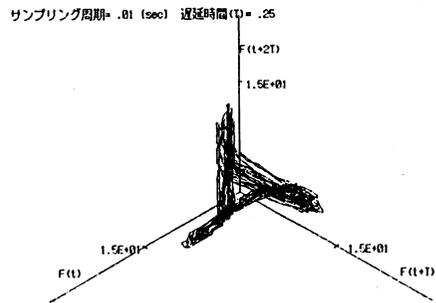


図 1 血圧波形を再構成したアトラクタ

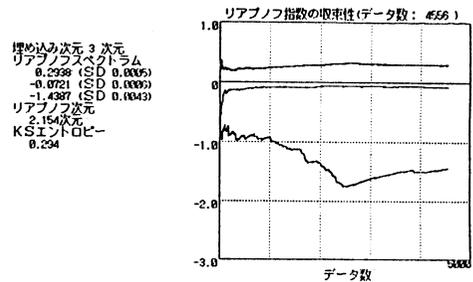


図 2 リアプノフ指数、リアプノフ次元、KS エントロピー

5. おわりに

今回、生体のカオス性を解析する目的で、リアプノフスペクトラムを推定するシステムの開発を行い、生体から得られる血圧の時系列のカオス性について検討した。リアプノフスペクトラムを推定する手法とアトラクタの表示により生体の血圧調節系におけるカオスの存在が確認できた。つまり、生体の血圧調節系には何らかの非線形で決定論的な要素が存在していると思われる。

6. 参考文献

- [1] 合原一幸編著：ニューラルシステムにおけるカオス，東京電気大学出版局，pp. 92-119 (1993).
- [2] 岩波情報科学辞典，pp. 105 (1990).
- [3] 小河清隆，中川匡弘：脳波におけるカオスとそのフラクタル性，信学技報 MBE 93-135 pp. 17-24 (1994-03).
- [4] 後藤憲一訳：カオス力学系入門第2版，共立出版 (1993).
- [5] 藤原義久，源野広和，河田宏：心電図 R-R 間隔のカオス解析，信学技報 MBE 93-99 pp. 47-52 (1993-12).
- [6] M. Sano, Y. Sawada: Measurement of the Lyapunov Spectrum from a Chaotic Time Series, Phys. Rev. Lett., 55, 10, pp. 1082-1085 (1985).
- [7] 武者利光，沢田康次：ゆらぎ，カオス，フラクタル，日本評論社 (1992).
- [8] 山口昌哉：カオスとフラクタル，講談社 (1992).